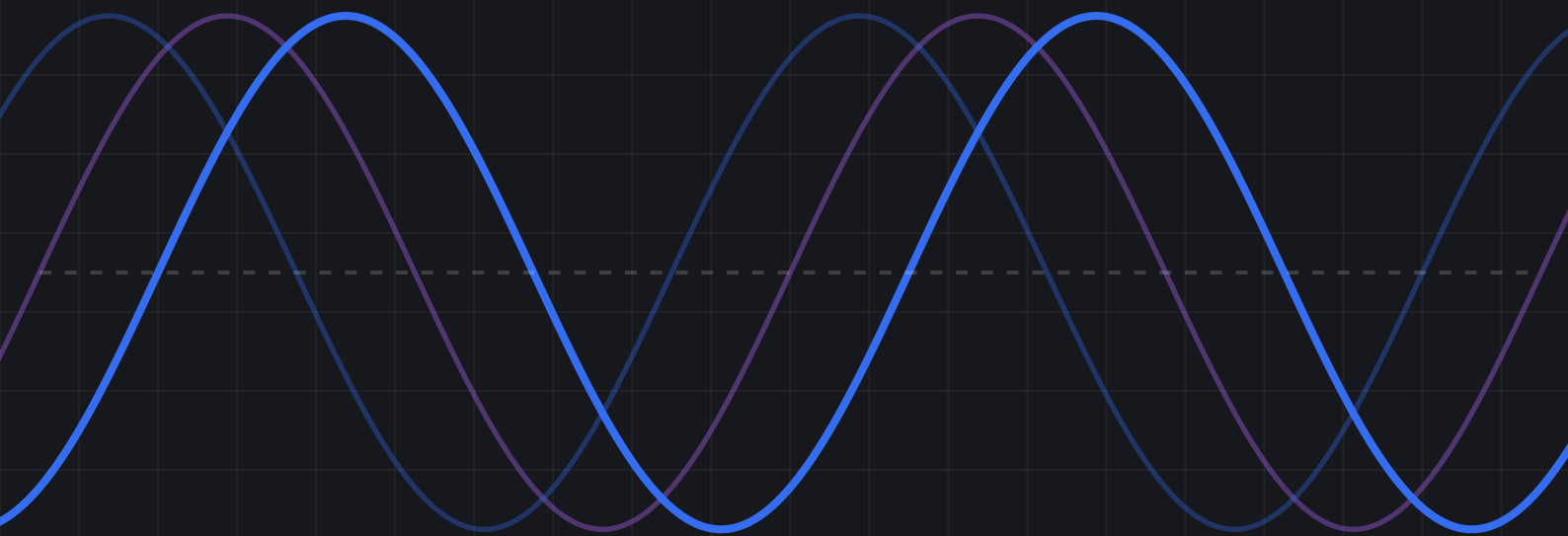




WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE

Wszystkie zadania z matur 2015–2026 · poziom rozszerzony

Dwa działy, od najłatwiejszego do najtrudniejszego · z kluczem

ZAWARTOŚĆ ZBIORU

16 ZADAŃ

R



O AUTORZE



Dzień dobry!

Nazywam się **Tomasz Saweczko**, w internecie jestem znany jako „**Łysy uczy matmy**”. Uczę matematyki od ponad 20 lat, a studiowałem ją na Uniwersytecie Jagiellońskim, Uniwersytecie Warszawskim i Uniwersytecie im. Fryderyka II w Neapolu.



WSZYSTKO DO MATURY ROZSZERZONEJ

Kurs maturalny wraz z materiałami pomocniczymi, autorskie arkusze próbne, zbiory zadań i inne.

lisyuczymatmy.pl/rozszerzenie



DARMOWY KURS DO MATURY ROZSZERZONEJ

Filmy, materiały do pobrania i zadania do samodzielnej pracy – całość prowadzę na YouTube, a komplet zebrany jest tutaj:

lisyuczymatmy.pl/yt-matura-rozszerzona-kurs



ARKUSZE PRÓBNE

Własne arkusze do przećwiczenia całej matury, z rozwiązaniami:

lisyuczymatmy.pl/arkusze

 YouTube

 TikTok

 Instagram

 lisyuczymatmy.pl

Powodzenia na maturze – i do zobaczenia na kanale!

O tym zestawie

W tym pliku są **wszystkie zadania z wielomianów i funkcji wymiernych**, jakie pojawiły się na maturach rozszerzonych w latach 2015–2026 – razem **16**, ze wszystkich terminów. Treści pochodzą wprost z arkuszy CKE i nie są zmieniane; przy każdym zadaniu stoi jego sesja i numer w oryginalnym arkuszu. Plik ma **dwa rozdziały** – **Wielomiany** (12 zadań) i **Funkcje wymierne** (4 zadania) – a w każdym z nich zadania idą **od najłatwiejszego do najtrudniejszego**. Na końcu jest **klucz**: wynik, wskazówka naprowadzająca na pomysł i szkic rozwiązania, czyli sam pomysł bez rachunków.

Skąd bierze się poziom trudności

Trudność jest liczbą wyprowadzoną z **poziomu wykonania** – średniego wyniku wszystkich zdających za dane zadanie, podanego w procentach maksymalnej liczby punktów:

$$\text{trudność} = (100 - \text{poziom wykonania}) : 20$$

Jak czytać oznaczenie trudności

Trudność stoi pod każdym zadaniem w skali **od 0 do 5** – pięć kółek zamalowywanych co pół:

Niski poziom trudności ● ● ● ● ● 1/5

Średni poziom trudności ● ● ● ● ● 3/5

Wysoki poziom trudności ● ● ● ● ● 5/5

Plakietki przy numerze zadania

Po lewej stronie nagłówka ramki stoi **źródło** – sesja i numer zadania w arkuszu CKE, po prawej **punktacja**. Między nimi mogą stać plakietki:

ZWZM zadanie wycofane z matur – tu **10**. Wraz z Formułą 2023 zniknęły zadania **zamknięte wielokrotnego wyboru** (odpowiedzi A–D) i **kodowane** (wynik wpisywany cyframi w kratki). Rozwiązanie ich nadal ma sens: sprawdzają tę samą wiedzę.

PAPP poza aktualną podstawą programową – tu **jedno**: opiera się na twierdzeniu o wymiernych pierwiastkach wielomianu, którego dziś w programie nie ma. Ma **szary pasek** z boku ramki – widać z daleka, że można je pominąć.

Wielomiany

12 ZADAŃ

Zadanie 1

MAJ 2016 · ZADANIE NR 2

ZWZM

1 PKT

Wielomian

$$W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$$

jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego

A. 4

B. -2

C. 2

D. -4

TRUDNOŚĆ 1,5/5

**Zadanie 2**

LIPIEC 2020 · ZADANIE NR 1

ZWZM

1 PKT

Wielomian

$$W(x) = x^3 - x^2 - x - 2$$

jest podzielny bez reszty przez wielomian

A. $x + 2$ B. $x + 1$ C. $x - 1$ D. $x - 2$

TRUDNOŚĆ 1,5/5

**Zadanie 3**

CZERWIEC 2020 · ZADANIE NR 1

ZWZM

1 PKT

Wielomian określony wzorem

$$W(x) = x^{2019} - 3x^{2000} + 2x + 6$$

A. jest podzielny przez $(x - 1)$ i z dzielenia przez $(x + 1)$ daje resztę równą 6.B. jest podzielny przez $(x + 1)$ i z dzielenia przez $(x - 1)$ daje resztę równą 6.C. jest podzielny przez $(x - 1)$ i jest podzielny przez $(x + 1)$.D. nie jest podzielny ani przez $(x - 1)$, ani przez $(x + 1)$.

TRUDNOŚĆ 1,5/5



Zadanie 4

MAJ 2017 · ZADANIE NR 5

ZWZM

2 PKT

Reszta z dzielenia wielomianu

$$W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$$

przez dwumian $x - 2$ jest równa 1.Oblicz wartość współczynnika a .

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

TRUDNOŚĆ 2/5

**Zadanie 5**

CZERWIEC 2015 · ZADANIE NR 5

ZWZM

1 PKT

Zbiór K – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x , dla których wartość liczbową wyrażenia $\sqrt{x(x^2 - 9)}$ jest liczbą rzeczywistą. Zatem

A. $K = \langle -3, 0 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle$

B. $K = (-\infty, -3) \cup \langle 0, 3 \rangle$

C. $K = (-3, 0) \cup (3, +\infty)$

D. $K = (-\infty, -3) \cup (0, 3)$

TRUDNOŚĆ 2,5/5

**Zadanie 6**

CZERWIEC 2019 · ZADANIE NR 3

ZWZM

PAPP

1 PKT

Wiadomo, że wielomian

$$15x^5 - 133x^4 + 383x^3 - 499x^2 + 146x + 120$$

ma w zbiorze

$$\left\{ \frac{7}{6}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{9}{5} \right\}$$

dokładnie jeden pierwiastek wymierny. Jest nim liczba

A. $\frac{6}{5}$

B. $\frac{7}{6}$

C. $\frac{8}{7}$

D. $\frac{9}{5}$

TRUDNOŚĆ 2,5/5



Zadanie 7

CZERWIEC 2021 · ZADANIE NR 5

ZWZM

2 PKT

Wynikiem dzielenia wielomianu

$$5x^3 - 7x^2 - 4x - 4$$

przez dwumian $x - 2$ jest trójmian kwadratowy postaci $ax^2 + bx + c$.

W poniższe kratki wpisz kolejno – od lewej do prawej – wartości współczynników a , b oraz c .

--	--	--

TRUDNOŚĆ 2,5/5

**Zadanie 8**

MAJ 2022 · ZADANIE NR 9

4 PKT

Reszta z dzielenia wielomianu

$$W(x) = 4x^3 - 6x^2 - (5m + 1)x - 2m$$

przez dwumian $x + 2$ jest równa (-30) .

Oblicz m . Dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność $W(x) \geq 0$.

TRUDNOŚĆ 2,5/5

**Zadanie 9**

MAJ 2019 · ZADANIE NR 13

6 PKT

Wielomian określony wzorem

$$W(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$$

jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę 6.

Oblicz m i dla wyznaczonej wartości m rozwiąż nierówność

$$W(x) \leq 0.$$

TRUDNOŚĆ 3/5



Zadanie 10

MAJ 2021 · ZADANIE NR 3

ZWZM

1 PKT

Wielomian $W(x) = x^4 + 81$ jest podzielny przez

- A. $x - 3$ B. $x^2 + 9$ C. $x^2 - 3\sqrt{2}x + 9$ D. $x^2 + 3\sqrt{2}x - 9$

TRUDNOŚĆ 3,5/5

**Zadanie 11**

MAJ 2015 · ZADANIE NR 15

6 PKT

Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu

$$W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3.

Oblicz współczynniki a , b i c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

TRUDNOŚĆ 4/5

**Zadanie 12**

CZERWIEC 2018 · ZADANIE NR 8

3 PKT

Wykaż, że równanie

$$x^8 + x^2 = 2(x^4 + x - 1)$$

ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste $x = 1$.

TRUDNOŚĆ 4,5/5



Funkcje wymierne

4 ZADAŃ

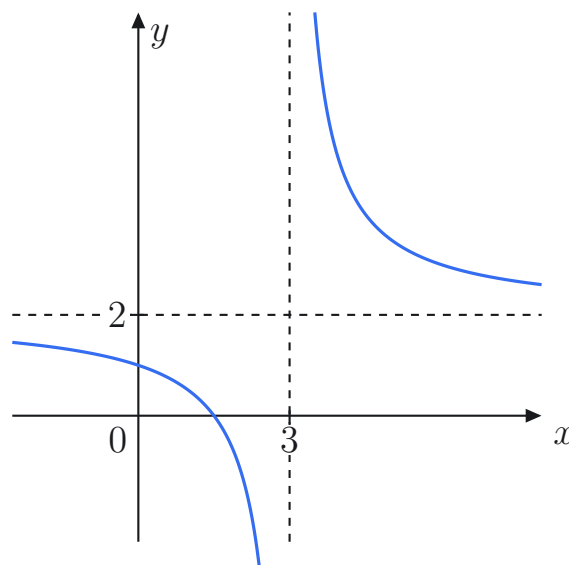
Zadanie 13

MAJ 2016 · ZADANIE NR 3

ZWZM

1 PKT

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji homograficznej $y = f(x)$, której dziedziną jest zbiór $D = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$.



Równanie $|f(x)| = p$ z niewiadomą x ma dokładnie jedno rozwiązanie

- A. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 3$.
- B. w dwóch przypadkach: $p = 0$ lub $p = 2$.
- C. tylko wtedy, gdy $p = 3$.
- D. tylko wtedy, gdy $p = 2$.

TRUDNOŚĆ 2/5



Zadanie 14 CZERWIEC 2022 · ZADANIE NR 8

3 PKT

Rozwiąż nierówność

$$\frac{3x+1}{2x+1} \leq \frac{3x+4}{2x+3}.$$

TRUDNOŚĆ 3/5

**Zadanie 15** MAJ 2021 · ZADANIE NR 7

3 PKT

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{2x-1}{1-x} \leq \frac{2+2x}{5x}.$$

TRUDNOŚĆ 3/5

**Zadanie 16** MAJ 2018 · ZADANIE NR 5 ZWZM

2 PKT

Punkt $A = (-5, 3)$ jest środkiem symetrii wykresu funkcji homograficznej określonej wzorem

$$f(x) = \frac{ax+7}{x+d},$$

gdy $x \neq -d$.**Oblicz iloraz $\frac{d}{a}$.**

W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jedności i pierwsze dwie cyfry po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

TRUDNOŚĆ 4/5



Dodatek

19 RÓWNAŃ I NIERÓWNOŚCI Z PARAMETREM

Zadanie o **funkcji kwadratowej** mówi o pierwiastkach x_1, x_2 , ale rozwiązuje się **warunek na parametr**: wzory Viète'a zamieniają pierwiastki na sumę i iloczyn zależne od m . Bywa, że to, co wtedy wychodzi, należy już do **tego** zbioru – parametr łąduje w mianowniku albo wchodzi w trzecią i czwartą potęgę.

Poniżej jest **19** takich warunków z 25 zadań zestawu **Funkcja kwadratowa** – osobnego pliku z tej samej serii (lysuczymatmy.pl/rozszerzenie). Każdy zapisany w postaci, w jakiej **pojawia się po raz pierwszy**: zaraz po podstawieniu, przed upraszczaniem – bo to właśnie jego uproszczenie jest tu robotą do wykonania. Zwykłych warunków kwadratowych (wyróżnik, znak iloczynu pierwiastków) tu nie ma.

Parametr w mianowniku

1 MAJ 2023 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 3 · z warunku $\Delta > 0$

$$4^2 - 4 \cdot \left(-\frac{m-3}{m-2} \right) > 0$$

2 MAJ 2023 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 3 · po podstawieniu do $x_1^3 + x_2^3 > -28$

$$(-4)^3 - 3 \cdot \left(-\frac{m-3}{m-2} \right) \cdot (-4) > -28$$

3 MAJ 2025 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 6 · pierwiastki tego samego znaku

$$\frac{m+8}{2-m} > 0$$

4 MAJ 2025 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 6 · po podstawieniu do $(x_1 - x_2)^2 \leq 180$

$$\left(\frac{2(2m+1)}{2-m} \right)^2 - 4 \cdot \frac{m+8}{2-m} \leq 180$$

5 MAJ 2022 · ZADANIE NR 12 Funkcja kwadratowa, zad. 8 · pierwiastki to 1 i m

$$1 + \frac{1}{m} + 2 = 1 + \frac{1}{m^2}$$

- 6** MAJ 2021 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 9 · pierwiastki to $m/2$ i $1/2$

$$\frac{m}{2} + \frac{1}{2} \leq \frac{2}{m} + 2$$

- 7** CZERWIEC 2023 · ZADANIE NR 10 Funkcja kwadratowa, zad. 11 · po podstawieniu do $1/x_1^2 + 1/x_2^2 < 1$

$$\frac{\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \frac{3-2m}{m}}{\left(\frac{3-2m}{m}\right)^2} < 1$$

- 8** MAJ 2015 · ZADANIE NR 13 Funkcja kwadratowa, zad. 14 · z przypadku $x_1^2 + x_2^2 = 1$

$$\left(-\frac{2(m-2)}{m+1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{-m+4}{m+1} = 1$$

- 9** CZERWIEC 2024 · ZADANIE NR 12 Funkcja kwadratowa, zad. 18 · po podstawieniu do $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 7$

$$\left(\frac{m+1}{m-3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{(m+1)^2}{m-3} = \frac{(m+1)^2}{m-3} + 7$$

- 10** CZERWIEC 2015 · ZADANIE NR 15 Funkcja kwadratowa, zad. 19 · wartość największa, czyli $a < 0$

$$\frac{m^2 + m - 6}{m - 5} < 0$$

- 11** CZERWIEC 2015 · ZADANIE NR 15 Funkcja kwadratowa, zad. 19 · miejsca zerowe tego samego znaku

$$\frac{\frac{m-5}{m^2+m-6}}{m-5} > 0$$

- 12** CZERWIEC 2015 · ZADANIE NR 15 Funkcja kwadratowa, zad. 19 · z warunku $\Delta > 0$

$$(m-2)^2 - 4 \cdot \frac{m^2+m-6}{m-5} \cdot (m-5) > 0$$

- 13** CZERWIEC 2018 · ZADANIE NR 14 Funkcja kwadratowa, zad. 20 · po podstawieniu sumy odwrotności

$$0 < \frac{3m}{(m+1)(2m-1)} \leq \frac{2}{3}$$

- 14** MAJ 2026 · ZADANIE NR 10 Funkcja kwadratowa, zad. 24 · wierzchołek w przedziale $(-2, 2)$

$$-2 < \frac{2m}{2m^2} < 2$$

- 15 MAJ 2026 · ZADANIE NR 10 Funkcja kwadratowa, zad. 24 · wartość w wierzchołku ujemna

$$m^2 \cdot \left(\frac{2m}{2m^2} \right)^2 - 2m \cdot \frac{2m}{2m^2} - m + 1 < 0$$

Stopień wyższy niż drugi

- 16 MAJ 2024 · ZADANIE NR 12 Funkcja kwadratowa, zad. 5 · stopień 3

$$(3m + 1)^3 - 9(2m^2 + m + 1) \leq 3m - 7$$

- 17 MAJ 2018 · ZADANIE NR 12 Funkcja kwadratowa, zad. 7 · stopień 3

$$(-(m + 1))^3 - 3(1 - m^2) \cdot (-(m + 1)) > -7(1 - m^2)$$

- 18 CZERWIEC 2025 · ZADANIE NR 5 Funkcja kwadratowa, zad. 12 · stopień 3

$$m((-2m)^2 - 2(2m - 1)) = 3m(2m - 1) + 2$$

- 19 CZERWIEC 2026 · ZADANIE NR 11 Funkcja kwadratowa, zad. 25 · stopień 4

$$((-m)^2 - 2m)^2 - 2m^2 + 4m^3 \geq 3$$

Odpowiedzi, wskazówki i szkice rozwiązań

Numer to numer zadania w tym zestawie. Do każdego zadania: wynik końcowy (przy dowodach pominięty), wskazówka naprowadzająca na pomysł i szkic rozwiązania – sam klucz, bez rachunków.

Wielomiany

1 ODP. D.

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia Bézouta**, które mówi, że wielomian $W(x)$ jest podzielny przez dwumian $(x - a)$ wtedy i tylko wtedy, gdy $W(a) = 0$.

SZKIC $W(1) = 6 + 3 - 5 + p = 0$, więc $p = -4$.

2 ODP. D.

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia Bézouta**, które mówi, że wielomian $W(x)$ jest podzielny przez $(x - a)$, gdy $W(a) = 0$.

SZKIC $W(2) = 8 - 4 - 2 - 2 = 0$; dla pozostałych kandydatów $W(-2) = -12$, $W(-1) = W(1) = -3$.

3 ODP. B.

WSK. Wykorzystaj **twierdzenie Bézouta o reszcie**, które mówi, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x - a)$ jest równa $W(a)$.

SZKIC $W(1) = 1 - 3 + 2 + 6 = 6$ (reszta 6 przy dzieleniu przez $x - 1$), $W(-1) = -1 - 3 - 2 + 6 = 0$ (podzielny przez $x + 1$).

4 ODP. 125

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia Bézouta o reszcie**, które mówi, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x - a)$ jest równa $W(a)$.

SZKIC $W(2) = 8 - 8 + 2a + \frac{3}{4} = 1$, więc $a = \frac{1}{8} =$

$0,125$.

5 ODP. A

WSK. Wyrażenie pod pierwiastkiem musi być nieujemne. Rozwiąż odpowiednią nierówność wielomianową.

SZKIC $x(x - 3)(x + 3) \geq 0$; wężyk z pierwiastkami $-3, 0, 3$ i dodatnim współczynnikiem wiodącym daje $\langle -3, 0 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle$.

6 ODP. A.

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych**.

SZKIC Pierwiastek wymierny $\frac{p}{q}$ (ułamek nieskracalny) ma $p \mid 120$ i $q \mid 15$. Mianowniki 6 i 7 nie dzielą 15, a $9 \nmid 120$ – zostaje $\frac{6}{5}$.

7 ODP. 532

WSK. Wykonaj dzielenie wielomianów (pisemnie lub **schematem Hornera**), a następnie odczytaj współczynniki otrzymanego trójmianu.

SZKIC Schemat Hornera z kluczem 2: 5, 3, 2, 0 – iloraz $5x^2 + 3x + 2$, reszta 0.

8 ODP. $m = 3$ oraz $x \in [-1, -\frac{1}{2}] \cup [3, +\infty)$.

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia Bézouta** (wersja z resztą), z którego wynika w tym

zadaniu, że $W(-2) = -30$.

SZKIC $W(-2) = -30$ daje $8m = 24$, $m = 3$.

Wtedy $W(x) = 4x^3 - 6x^2 - 16x - 6 = 2(x-3)(2x+1)(x+1)$ i $W(x) \geq 0$ dla $x \in [-1, -\frac{1}{2}] \cup [3, +\infty)$.

9 ODP. $m = 1$ oraz $x \in (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{2}, 2]$.

WSK. Skorzystaj z **twierdzenia Bézouta o reszcie**, z którego wynika, że reszta z dzielenia $W(x)$ przez $(x-a)$ wynosi $W(a)$.

SZKIC $W(2) = 0$ daje $4m^3 - 4m = 0$, $W(-1) = 6$ daje $m^3 - 4m + 3 = 0$; oba spełnia tylko $m = 1$. Wtedy $W(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = (x-2)(2x+1)(x+3)$ i $W(x) \leq 0$ dla $x \leq -3$ lub $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$.

10 ODP. C.

WSK. Zauważ, że wielomian $W(x)$ nie ma pierwiastków, więc nie może być podzielny przez wielomian, który ma pierwiastki.

SZKIC $x^4 + 81 = (x^2 + 9)^2 - (3\sqrt{2}x)^2 = (x^2 - 3\sqrt{2}x + 9)(x^2 + 3\sqrt{2}x + 9)$. A odpada od razu: W nie ma pierwiastków.

11 ODP. $(a, b, c) = (-12, 39, -28), (-3, -6, 8)$ lub $(6, 3, -10)$.

WSK. Skorzystaj z faktu, że suma współczynników dowolnego wielomianu $W(x)$ jest równa $W(1)$.

SZKIC $W(1) = 1 + a + b + c = 0$, więc 1 jest pierwiastkiem. Trójka pierwiastków o różnicy 3 z jedyneką na jednym z trzech miejsc: $\{1, 4, 7\}$, $\{-2, 1, 4\}$, $\{-5, -2, 1\}$. Z wzorów Viète'a kolejno $(a, b, c) = (-12, 39, -28), (-3, -6, 8), (6, 3, -10)$.

12 zadanie na dowód

WSK. Przenieś wszystkie wyrażenia na lewą stronę i pogrupuj je tak, żeby otrzymać dwa

wzory skróconego mnożenia na kwadrat różnicy.

SZKIC $x^8 - 2x^4 + 1 + x^2 - 2x + 1 = (x^4 - 1)^2 + (x-1)^2 = 0$. Suma kwadratów zeruje się tylko, gdy oba są zerem: $x^4 = 1$ i $x = 1$.

Funkcje wymierne

13 ODP. B.

WSK. Skorzystaj z **metody geometrycznej**, funkcja $|f(x)|$ powstaje przez symetryczne odbicie części wykresu funkcji f , która znajduje się pod osią Ox (część nad osią Ox pozostaje bez zmian).

SZKIC Odbij część wykresu spod osi Ox w górę – to wykres $|f|$. Prosta $y = p$ tnie go w jednym punkcie tylko dla $p = 0$ (jedyne miejsce zerowe) i dla $p = 2$ (poziom asymptoty poziomej).

14 ODP. $x \in (-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, +\infty)$.

WSK. Zaczynij od zapisania założeń (mianowniki **nie mogą** się zerować!). Przenieś wszystkie wyrażenia na lewą stronę, odejmij od siebie ułamki i skorzystaj z faktu, że znak ilorazu jest taki sam jak znak iloczynu.

SZKIC $x \neq -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$. Różnica ułamków ma licznik $(3x+1)(2x+3) - (3x+4)(2x+1) = -1$, więc nierówność to $\frac{-1}{(2x+1)(2x+3)} \leq 0$, czyli $(2x+1)(2x+3) > 0$.

15 ODP. $x \in (-\infty, -\frac{1}{4}] \cup (0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$.

WSK. Pamiętaj o **założeniach**! Mianowniki ułamków nie mogą być równe zero. Następnie przenieś wszystkie wyrażenia na jedną stronę, odejmij ułamki i skorzystaj z faktu, że znak ilorazu jest taki sam jak znak iloczynu.

SZKIC $x \neq 0, 1$. Po przeniesieniu na lewą stronę

licznik to $12x^2 - 5x - 2 = (3x - 2)(4x + 1)$,
 więc $\frac{(3x-2)(4x+1)}{5x(1-x)} \leq 0$ – iloczyn $(3x - 2)(4x + 1)x(1 - x) \leq 0$ z wężykiem o pierwiastkach
 $-\frac{1}{4}, 0, \frac{2}{3}, 1$; końce 0 i 1 wykluczone.

16 ODP. 166

WSK. Skorzystaj z faktu, że środek symetrii wy-

kresu funkcji homograficznej jest punktem
 przecięcia asymptot tej funkcji.

SZKIC Środek symetrii to przecięcie asymptot
 $x = -d$ i $y = a$, więc $d = 5$, $a = 3$ i
 $\frac{d}{a} = \frac{5}{3} = 1,666 \dots$