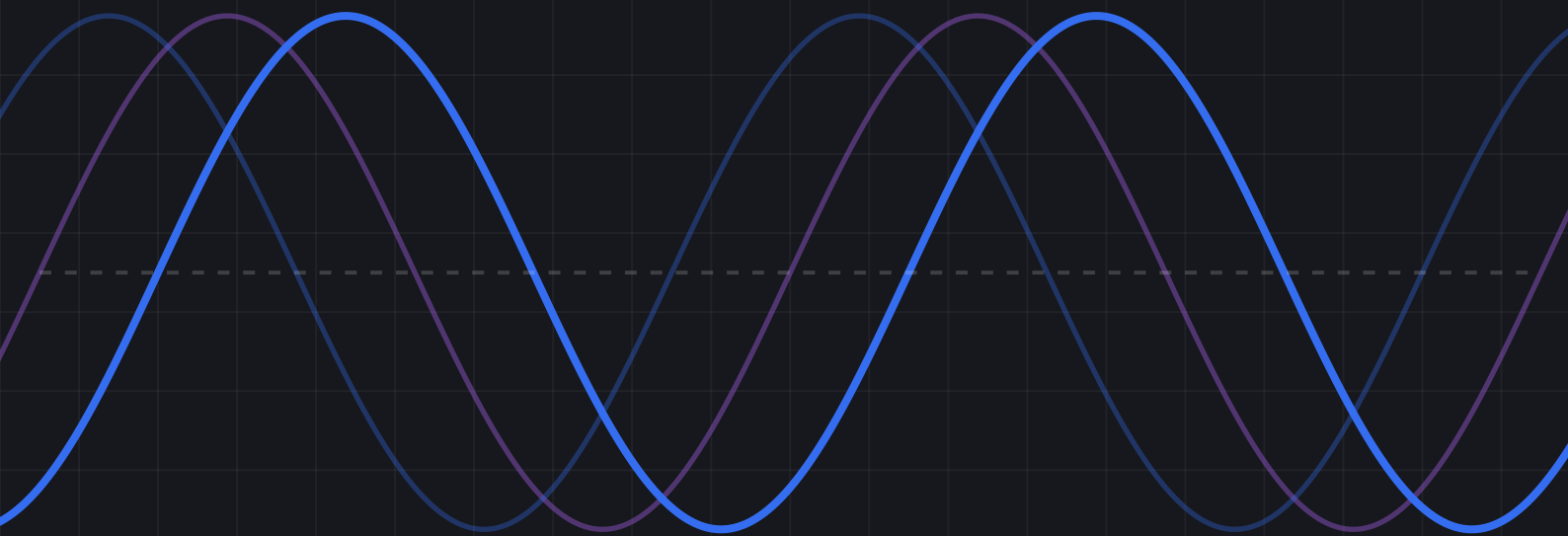




WARTOŚĆ BEZWZGLĘDNA

Wszystkie zadania z matur 2015–2026 · poziom rozszerzony

Od najłatwiejszego do najtrudniejszego · z kluczem

ZAWARTOŚĆ ZBIORU

14 ZADAŃ

R





Dzień dobry!

Nazywam się **Tomasz Saweczko**, w internecie jestem znany jako „**Łysy uczy matmy**”. Uczę matematyki od ponad 20 lat, a studiowałem ją na Uniwersytecie Jagiellońskim, Uniwersytecie Warszawskim i Uniwersytecie im. Fryderyka II w Neapolu.



WSZYSTKO DO MATURY ROZSZERZONEJ

Kurs maturalny wraz z materiałami pomocniczymi, autorskie arkusze próbne, zbiory zadań i inne.

lisyuczymatmy.pl/rozszerzenie



DARMOWY KURS DO MATURY ROZSZERZONEJ

Filmy, materiały do pobrania i zadania do samodzielnej pracy – całość prowadzę na YouTube, a komplet zebrany jest tutaj:

lisyuczymatmy.pl/yt-matura-rozszerzona-kurs



ARKUSZE PRÓBNE

Własne arkusze do przećwiczenia całej matury, z rozwiązaniami:

lisyuczymatmy.pl/arkusze

 YouTube

 TikTok

 Instagram

 lisyuczymatmy.pl

Powodzenia na maturze – i do zobaczenia na kanale!

O tym zestawie

W tym pliku są **wszystkie zadania z wartości bezwzględnej**, jakie pojawiły się na maturach rozszerzonych w latach 2015–2026 – razem **14**, ze wszystkich terminów. Treści pochodzą wprost z arkuszy CKE i nie są zmieniane; przy każdym zadaniu stoi jego sesja i numer w oryginalnym arkuszu. Zadania idą **od najłatwiejszego do najtrudniejszego**, a na końcu jest **klucz**: wynik, wskazówka naprowadzająca na pomysł i szkic rozwiązania, czyli sam pomysł bez rachunków.

Skąd bierze się poziom trudności

Trudność jest liczbą wyprowadzoną z **poziomu wykonania** – średniego wyniku wszystkich zdających za dane zadanie, podanego w procentach maksymalnej liczby punktów:

$$\text{trudność} = (100 - \text{poziom wykonania}) : 20$$

Jak czytać oznaczenie trudności

Trudność stoi pod każdym zadaniem w skali **od 0 do 5** – pięć kółek zamalowywanych co pół:

Niski poziom trudności ● ● ● ● ● 1/5

Średni poziom trudności ● ● ● ● ● 3/5

Wysoki poziom trudności ● ● ● ● ● 5/5

Plakietka przy numerze zadania

Po lewej stronie nagłówka ramki stoi **źródło** – sesja i numer zadania w arkuszu CKE, po prawej **punktacja**. Między nimi może stać plakietka:

ZWZM zadanie wycofane z matur – tu 8. Wraz z Formułą 2023 zniknęły zadania **zamknięte wielokrotnego wyboru** (odpowiedzi A–D) i **kodowane** (wynik wpisywany cyframi w kratki). Rozwiązanie ich nadal ma sens: sprawdzają tę samą wiedzę, tylko w takiej formie już nie występują.

Zadania

Zadanie 1 MAJ 2015 · ZADANIE NR 1 ZWZM

1 PKT

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|2x - 8| \leq 10$.



Stąd wynika, że

- A. $k = 2$ B. $k = 4$ C. $k = 5$ D. $k = 9$

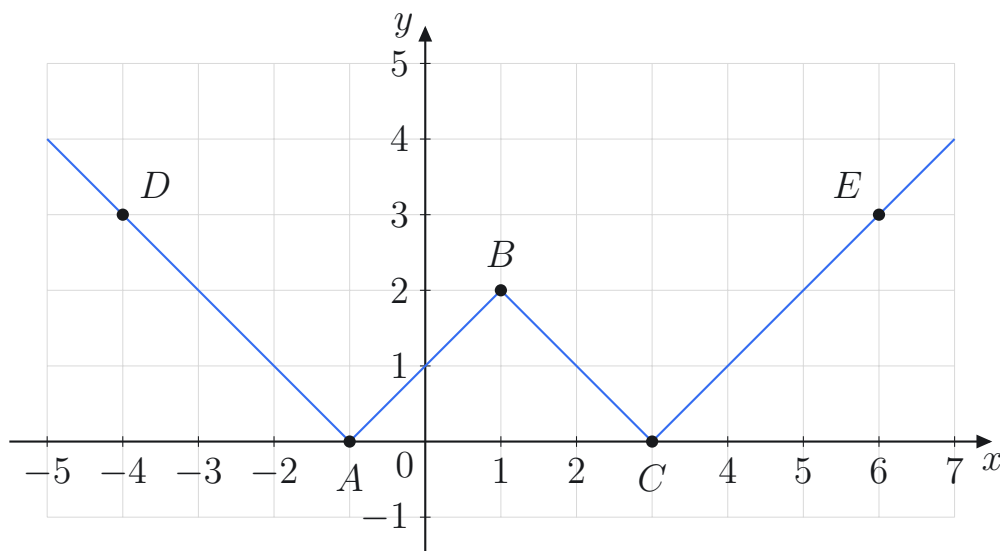
TRUDNOŚĆ 0,5/5



Zadanie 2 MAJ 2019 · ZADANIE NR 3 ZWZM

1 PKT

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji $y = f(x)$, który jest złożony z dwóch półprostych AD i CE oraz dwóch odcinków AB i BC, gdzie $A = (-1, 0)$, $B = (1, 2)$, $C = (3, 0)$, $D = (-4, 3)$, $E = (6, 3)$.



Wzór funkcji f to

- A. $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$ B. $f(x) = ||x - 1| - 2|$
 C. $f(x) = ||x - 1| + 2|$ D. $f(x) = |x - 1| + 2$

TRUDNOŚĆ 1,5/5



Zadanie 3

MAJ 2015 · ZADANIE NR 2

ZWZM

1 PKT

Dana jest funkcja f określona wzorem

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{dla } x \leq 0 \\ |x + 3| - 4 & \text{dla } x > 0. \end{cases}$$

Równanie $f(x) = 1$ ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie. B. dwa rozwiązania.
C. cztery rozwiązania. D. pięć rozwiązań.

TRUDNOŚĆ 2/5

**Zadanie 4**

MAJ 2018 · ZADANIE NR 2

ZWZM

1 PKT

Równanie

$$||x| - 2| = |x| + 2$$

- A. nie ma rozwiązań. B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania. D. ma dokładnie cztery rozwiązania.

TRUDNOŚĆ 2/5

**Zadanie 5**

MAJ 2023 · ZADANIE NR 9

4 PKT

Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} < \frac{25}{3} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}.$$

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: skorzystaj z tego, że $\sqrt{a^2} = |a|$ dla każdej liczby rzeczywistej a .

TRUDNOŚĆ 2,5/5

**Zadanie 6**

MAJ 2025 · ZADANIE NR 5

4 PKT

Rozwiąż nierówność

$$|x - 2| - 2 \cdot |x + 3| < -2.$$

Zapisz obliczenia.

TRUDNOŚĆ 2,5/5



Zadanie 7 MAJ 2022 · ZADANIE NR 7

3 PKT

Rozwiąż równanie:

$$|x - 3| = 2x + 11.$$

TRUDNOŚĆ 3/5

**Zadanie 8** CZERWIEC 2017 · ZADANIE NR 1

ZWZM

1 PKT

Równanie

$$||x - 4| - 2| = 2$$

ma dokładnie

- A. dwa rozwiązania rzeczywiste. B. jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. cztery rozwiązania rzeczywiste. D. trzy rozwiązania rzeczywiste.

TRUDNOŚĆ 3/5

**Zadanie 9** CZERWIEC 2015 · ZADANIE NR 6

ZWZM

2 PKT

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $|x| < |x - 1025|$. W poniższe kratki wpisz – kolejno – cyfrę setek, cyfrę dziesiątek i cyfrę jednostki otrzymanego wyniku.

--	--	--

TRUDNOŚĆ 3/5

**Zadanie 10** MAJ 2021 · ZADANIE NR 4

ZWZM

1 PKT

Liczba różnych pierwiastków równania

$$3x + |x - 4| = 0$$

jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

TRUDNOŚĆ 3/5



Zadanie 11 CZERWIEC 2018 · ZADANIE NR 4 ZWZM

1 PKT

Spśród poniższych nierówności wskaż tę, którą spełniają dokładnie trzy liczby całkowite.

A. $\left|\frac{3}{4}x + 5\right| < 2$ B. $\left|\frac{4}{3}x + 5\right| < 2$ C. $\left|\frac{3}{5}x + 4\right| < 2$ D. $\left|\frac{4}{5}x + 3\right| < 2$

TRUDNOŚĆ 3,5/5

**Zadanie 12** CZERWIEC 2016 · ZADANIE NR 9

4 PKT

Rozwiąż nierówność

$$|x^2 - 3x + 2| \geq |x - 1|.$$

TRUDNOŚĆ 3,5/5

**Zadanie 13** MAJ 2026 · ZADANIE NR 5

4 PKT

Rozwiąż nierówność

$$|2x - 6| - |x^2 - 9| < 0.$$

Zapisz obliczenia.

TRUDNOŚĆ 3,5/5

**Zadanie 14** CZERWIEC 2020 · ZADANIE NR 6

3 PKT

Wyznacz wszystkie wartości parametru a , dla których równanie

$$|x - 5| = (a - 1)^2 - 4$$

ma dwa różne rozwiązania dodatnie.

TRUDNOŚĆ 3,5/5



Odpowiedzi, wskazówki i szkice rozwiązań

Numer to numer zadania w tym zestawie. Do każdego zadania: wynik końcowy (przy dowodach pominięty), wskazówka naprowadzająca na pomysł i szkic rozwiązania – sam klucz, bez rachunków.

1 ODP. D.

WSK. Podziel obie strony nierówności przez 2, korzystając z faktu, że $\frac{|A|}{2} = \left|\frac{A}{2}\right|$.

SZKIC $-10 \leq 2x - 8 \leq 10 \iff -1 \leq x \leq 9$, więc $k = 9$.

2 ODP. B.

WSK. Zwróć uwagę, że odpowiedzi C i D niczym się nie różnią.

SZKIC C i D to ta sama funkcja, bo $|x-1|+2 > 0$ – obie odpadają. Z wykresu $f(3) = 0$: A daje 6, B daje $||2| - 2| = 0$.

3 ODP. A.

WSK. Przyrównaj każdy ze wzorów funkcji do 1, rozwiąż równania i sprawdź czy rozwiązania spełniają założenia odpowiednie dla danych wzorów.

SZKIC Dla $x \leq 0$: $x-2 = 1$ daje $x = 3$ – odpada. Dla $x > 0$: $|x+3| = 5$ daje $x = 2$ lub $x = -8$; zostaje tylko $x = 2$. Jedno rozwiązanie.

4 ODP. B.

WSK. Zastosuj podstawienie $t = |x| \geq 0$ lub zastosuj metodę graficzną.

SZKIC Podstaw $t = |x| \geq 0$: $|t-2| = t+2$. Równanie $t-2 = t+2$ jest sprzeczne, $t-2 = -t-2$ daje $t = 0$, czyli $x = 0$. Jedno rozwiązanie.

5 ODP. $x \in \left(-\frac{11}{3}, \frac{14}{3}\right)$.

WSK. Zastosuj **wzory skróconego mnożenia**, aby zapisać wyrażenia pod pierwiastkami w postaci kwadratów, a następnie skorzystaj z tożsamości $\sqrt{a^2} = |a|$. Otrzymaną nierówność z wartościami bezwzględnymi rozwiąż, rozpatrując odpowiednie przedziały liczbowe wyznaczone przez miejsca zerowe wyrażeń pod modułami.

SZKIC Pod pierwiastkami stoją $(x+2)^2$ i $(x-3)^2$, więc nierówność to $|x+2| + |x-3| < \frac{25}{3}$: suma odległości x od -2 i od 3 . Między nimi jest stale równa 5, na zewnątrz rośnie liniowo; granicę $\frac{25}{3}$ osiąga w $x = -\frac{11}{3}$ i $x = \frac{14}{3}$.

6 ODP. $x \in (-\infty, -10) \cup \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$.

WSK. Rozważ trzy przypadki:

$$x \in (-\infty, -3), x \in [-3, 2), x \in [2, +\infty).$$

SZKIC Trzy przedziały: $(-\infty, -3)$, $[-3, 2)$, $[2, +\infty)$. Kolejno nierówność przechodzi w $x+8 < -2$ (czyli $x < -10$), $-3x-4 < -2$ (czyli $x > -\frac{2}{3}$) oraz $-x-8 < -2$ (cały przedział). Razem $x < -10$ lub $x > -\frac{2}{3}$.

7 ODP. $x = -\frac{8}{3}$.

WSK. Jeśli prawa strona tego równania jest nieujemna, to można opuścić moduł analogicznie

do równań typu $|x| = 5$.

szkic Prawa strona musi być nieujemna: $x \geq -5,5$. Z $x - 3 = 2x + 11$ jest $x = -14$ (odpada), z $x - 3 = -2x - 11$ jest $x = -\frac{8}{3}$.

8 ODP. D.

WSK. Skorzystaj z faktu, że jeśli $B \geq 0$, to $|A| = B$, gdy $A = B$ lub $A = -B$.

szkic $|x - 4| - 2 = \pm 2$. Z $|x - 4| = 4$: $x \in \{0, 8\}$; z $|x - 4| = 0$: $x = 4$. Trzy rozwiązania.

9 ODP. 512

WSK. Możesz podnieść obie strony nierówności do kwadratu, żeby pozbyć się modułów (możemy tak zrobić, bo obie strony nierówności są nieujemne).

szkic Obie strony są nieujemne, więc wolno podnieść do kwadratu: $x^2 < (x - 1025)^2 \iff 2050x < 1025^2 \iff x < 512,5$. Największa całkowita: 512.

10 ODP. B.

WSK. Zauważ, że x musi być niedodatni, żeby równanie mogło mieć rozwiązania. To pozwoli szybko opuścić moduł.

szkic $|x - 4| = -3x$ wymaga $x \leq 0$. Z $x - 4 = -3x$ wychodzi $x = 1$ (odpada), z $x - 4 = 3x$ wychodzi $x = -2$. Jeden pierwiastek.

11 ODP. B.

WSK. Rozwiąż po kolei każdą z nierówności w

odpowiedziach.

szkic $|ax + b| < 2 \iff -2 < ax + b < 2$.

W A wychodzi $(-9\frac{1}{3}, -4)$ – pięć liczb całkowitych; w B $(-5, 25; -2, 25)$ – dokładnie trzy: $-5, -4, -3$.

12 ODP. $x \in (-\infty, 1) \cup \langle 3, +\infty)$.

WSK. Zaczynij od rozpisania wyrażenia kwadratowego na iloczyn.

szkic $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$, więc nierówność to $|x - 1| (|x - 2| - 1) \geq 0$. Pierwszy czynnik jest nieujemny, zatem $x = 1$ albo $|x - 2| \geq 1$, czyli $x \leq 1$ lub $x \geq 3$.

13 ODP. $x \in (-\infty, -5) \cup (-1, 3) \cup (3, +\infty)$.

WSK. Oba wyrażenia pod modułami zerują się dla $x = 3$ – wyłącz wspólny czynnik $|x - 3|$, zamiast rozbijać na trzy przypadki.

szkic $|2x - 6| - |x^2 - 9| = |x - 3| (2 - |x + 3|) < 0$, więc $x \neq 3$ i $|x + 3| > 2$: $x < -5$ lub $x > -1$, z wyłączeniem 3.

14 ODP. $a \in (-2, -1) \cup (3, 4)$.

WSK. Potraktuj wyrażenie $(a - 1)^2 - 4$ jako jeden parametr (oznacz go np. przez k) i następnie skorzystaj z **metody geometrycznej**.

szkic Oznacz $k = (a - 1)^2 - 4$. Prosta $y = k$ tnie wykres $y = |x - 5|$ w dwóch punktach o dodatnich odciętych $\iff 0 < k < 5$ (wykres przecina oś Oy na wysokości 5). Stąd $4 < (a - 1)^2 < 9$, czyli $2 < |a - 1| < 3$.